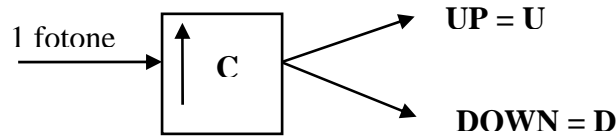


Le disuguaglianze di Bell

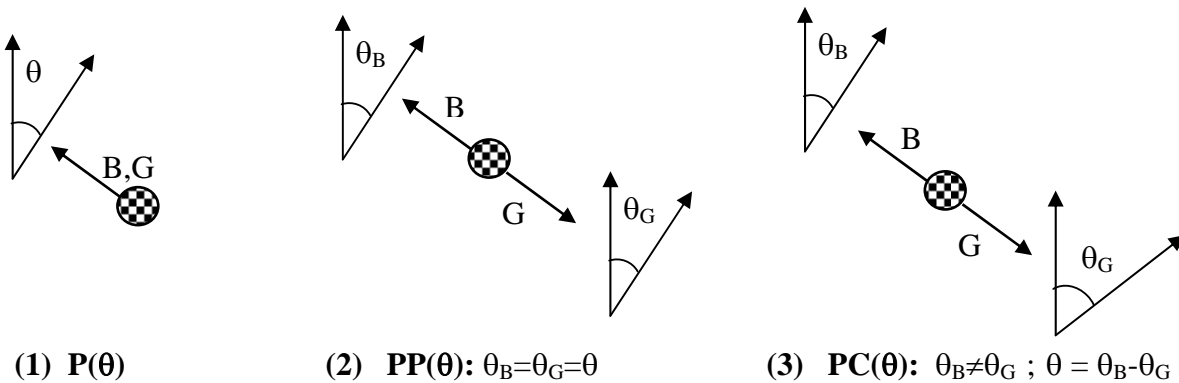
Una sorgente crea due fotoni entangled B e G: $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|B, \alpha\rangle \cdot |G, \alpha\rangle + |B, \alpha + 90^\circ\rangle \cdot |G, \alpha + 90^\circ\rangle \right]$

che vengono inviati a due cristalli di calcite, ognuno con un asse di riferimento.

Da ogni cristallo esce sempre un fotone che, a seconda della polarizzazione, viene registrato come UP (polarizzazione Orizzontale) o come DOWN (polarizzazione Verticale) da due contatori di fotoni U & D.



Le misure sono fatte inviando N fotoni ai cristalli e registrando le sequenze di U e D registrate da ogni contatore. Le possibili misure sono tre, con differenti configurazioni dei cristalli, cioè dei relativi angoli rispetto alla verticale:



Le tre misure:

1) $P(\theta)$: per qualsunque angolo θ ho il 50% di probabilità di avere U o D, una sequenza tipica sarà:
 B o G : UUDUDUDUDDUDUDDDUUDU ~ (50% U ; 50% D)

2) $PP(\theta)$: l'angolo è uguale, è la stessa situazione dell'EPR, le sequenze sono uguali. Esempio:
 B : UUDUDUDUDDUDUDDDUUDU 50% U ; 50% D
 G : UUDUDUDUDDUDUDDDUUDU " "

3) $PC(\theta)$: gli angoli sono diversi, $\theta = \theta_G - \theta_B$. Le sequenze saranno diverse, per ogni conteggio ho un Match (M) se il risultato è lo stesso, un Errore (E) se è diverso. Esempio:

B : UUDU DUDU DDUD UDDD UUDU (N fotoni misurati)
 G : UUDD DUDD DUUD UDDU UDDU (N fotoni misurati)
 Match: MMM MMM M MM MMM M MM (N_M numero di M=15)
 ERRORE: E E E E E (N_E numero di E=5)

Quindi si conta la frequenza dei Match = $PC(\theta)$ e quella degli errori $E(\theta)$

$$PC = \frac{N_M}{N} ; E = \frac{N_E}{N}$$

Risultati possibili:

- ❖ $\theta = 0$ $PC(0)=100\%=1$ $E=0\%=0$ tutti i valori sono uguali
- ❖ $\theta=90^0$ $PC(90^0)=0\%=0$ $E=100\%=1$ tutti i valori sono diversi
- ❖ Per gli angoli fra 0^0 e 90^0 E assumerà dei valori intermedi fra 0 e 1; scelgo sperimentalmente l'angolo θ per cui $E=1/4$ (1 errore ogni 4 fotoni). Si trova che $\theta=30^0$.

Misure:

- $\theta_B = 0$; $\theta_g = 0$; $\theta = 0$ \rightarrow $PC=1$ $E=0$
- $\theta_B = 0$; $\theta_G = 30^0$; $\theta = 30^0$ \rightarrow $PC=3/4$ $E=1/4$
- $\theta_B = 0$; $\theta_g = 0$; $\theta = 0$ \rightarrow $PC=1$ $E=0$
- $\theta_B = 0$; $\theta_G = -30^0$; $\theta = -30^0$ \rightarrow $PC=3/4$ $E=1/4$

La misura di Bell:

$\theta_B = 30^0$; $\theta_G = -30^0$; $\theta = 2 \cdot 30^0$ \rightarrow $PC=?$ $E=?$

Teoria: Se vale la località allora ruotare uno dei due cristalli non può influire sul risultato dell'altro, quindi gli errori in totale devono essere la somma degli errori di ogni singolo cristallo.

Quindi $E(60) = 2 E(30) = 2/4 = 1/2$.

Ma potrebbero esserci nella sequenza due errori nella stessa posizione che darebbero un risultato giusto, Esempio.

Sequenza "giusta" : UUDU DUDU DDUD
 B : UDDU DUDD DDD (3 errori nella sequenza B)
 G : UUDD DUDD DUUD (3 errori nella sequenza G)
 Errori misurati: E E EE (4 errori totali < 3 + 3)

Quindi il numero degli errori totali sarà minore o uguale di quello massimo teorico (1/2).

La disuguaglianza di Bell dice che, se vale la località, il numero di errori (per $\theta=30^0$) deve essere:

La disuguaglianza di Bell: $E(\text{località}) \leq 1/2 = 0,5$

Il risultato sperimentale: $E = 0,601 \pm 0,020$ (A. Aspect 1982)

La previsione della MQ: $E = 0,612$ (efficienza <1)

Conclusione: l'ipotesi di località è falsificata, la realtà è non locale, il risultato sperimentale è quello previsto dalla meccanica quantistica. L'argomentazione dell'EPR era giusta, era l'ipotesi di località a dover essere cambiata. L'entanglement rende possibile correlazioni superluminali , NON segnali superluminali.